

BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
TRƯỜNG ĐHSP HÀ NỘI 2

THUYẾT MINH NGHIÊN CỨU

1. THÔNG TIN CHUNG VỀ NHÓM NGHIÊN CỨU MẠNH

1.1. Tên nhóm nghiên cứu:

- Tiếng Việt: Giải tích biến phân và Ứng dụng
- Tiếng Anh: Variational analysis and Applications
- Tên gọi tắt (nếu có):

1.2. Lĩnh vực chuyên môn hoạt động: Toán Giải tích

1.3. Loại hình nhóm nghiên cứu (KHGD, NCCB, NCUD): NCCB

1.4. Mục tiêu hoạt động:

- Về hướng nghiên cứu:

Nghiên cứu, bổ sung và phát triển các quy tắc tính toán của phép tính vi phân suy rộng và ứng dụng để nghiên cứu các điều kiện tối ưu và tính ổn định nghiệm cho một số lớp bài toán tối ưu, điều khiển tối ưu quan trọng

- Về đào tạo cán bộ trẻ:

Nâng cao năng lực nghiên cứu khoa học, số lượng và chất lượng công bố quốc tế cho các cán bộ trẻ.

- Về đào tạo sau đại học:

Gắn kết hướng nghiên cứu của nhóm với nội dung của các luận văn thạc sĩ, luận án tiến sĩ của học viên và nghiên cứu sinh chuyên ngành Toán giải tích của Trường ĐHSP Hà Nội 2 và góp phần nâng cao chất lượng đào tạo sau đại học.

- Về liên kết trong nghiên cứu khoa học & ứng dụng kết quả:

Gắn kết hướng nghiên cứu của các thành viên trong nhóm; mở rộng số lượng các thành viên nghiên cứu; nâng cao số lượng và chất lượng của các công bố quốc tế; tăng cường hợp tác quốc tế trong nghiên cứu Toán học.

1.5. Trưởng nhóm (kèm theo lý lịch khoa học chi tiết):

Chức danh, họ tên: PGS. TS Nguyễn Văn Tuyên

Chuyên môn: Toán giải tích

Đơn vị công tác: Khoa Toán, Trường ĐHSP Hà Nội 2

Điện thoại: 0974 774 799

E-mail: nguyenvantuyen83@hpu2.edu.vn

ORCID: <https://orcid.org/my-orcid?orcid=0000-0003-1920-310X>

Số TKNH: 102004516912

Mã số thuế: 8129368764

1.6. Danh sách các thành viên (kèm theo lý lịch chi tiết):

TT	Họ và tên	Chức danh, học vị	Đơn vị công tác
1	Nguyễn Quang Huy	PGS. TS.	Trường ĐHSP Hà Nội 2
2	Hoàng Ngọc Tuấn	TS.	Trường ĐHSP Hà Nội 2
3	Dương Thị Kim Huyền	TS.	Trường ĐHSP Hà Nội 2
4	Trần Văn Nghị	TS.	Trường ĐHSP Hà Nội 2
5	Nguyễn Quốc Tuấn	ThS.	Trường ĐHSP Hà Nội 2
6	Nguyễn Huy Hưng	ThS.	Trường ĐHSP Hà Nội 2
7	Nguyễn Năng Tâm	PGS. TS.	Trường ĐH Duy Tân

1.8. Các đối tác hợp tác

TT	Tên đối tác	Địa chỉ (thành phố, quốc gia)	Tình hình hợp tác đã có
1	Viện Toán học (VAST)	Hà Nội, Việt Nam	- Phối hợp trong công tác giảng dạy đại học và sau đại học - Phối hợp tổ chức các hội thảo khoa học, chia sẻ thông tin, cơ sở vật chất, tài liệu thư viện
2	Viện Nghiên cứu Cao cấp về Toán	Hà Nội, Việt Nam	- Cấp học bổng cho sinh viên và tài trợ kinh phí cho các nhóm nghiên cứu và cán bộ của Khoa Toán, Trường ĐHSP Hà Nội 2
3	National Sun Yat-sen University	Kaohsiung, Taiwan, R.O.C.	- Cấp học bổng cho học viên cao học và NCS - Tài trợ kinh phí nghiên cứu sau tiến sĩ cho cán bộ của Khoa Toán, Trường ĐHSP Hà Nội 2 - Phối hợp tổ chức các hội thảo khoa học
4	Pukyong National University	Busan, Korea	- Tài trợ kinh phí nghiên cứu sau tiến sĩ cho cán bộ của Khoa Toán, Trường ĐHSP Hà Nội 2

2. THÀNH TÍCH HOẠT ĐỘNG KHOA HỌC VÀ CÔNG NGHỆ CỦA NHÓM

2.1. Danh mục các công bố tiêu biểu liên quan đến hướng nghiên cứu trong 05 năm gần nhất (sắp xếp theo thứ tự thời gian mới nhất đến cũ nhất, gạch chân tên tác giả là trưởng nhóm hay thành viên của nhóm, ghi rõ danh mục ISI/SCOPUS)

ST T	Tên bài báo	Tác giả	Tập chí	Chất lượng		
				Danh mục	IF	Q1/Q2/ Q3/Q4
1	New second-order optimality conditions for a class of differentiable optimization problems	<u>Huy, N.Q.</u> , <u>Tuyen, N.V.</u>	Journal of Optimization Theory and Applications	ISI	ISI, IF2016: 1.289 IF2018/2019: 1.600	Q1 (Scimago)
2	Existence theorems in vector optimization with generalized order	<u>Huy, N.Q.</u> , Kim, D.S., <u>Tuyen, N.V.</u>	Journal of Optimization Theory and Applications	ISI	ISI, IF2016: 1.289 IF2018/2019: 1.600	Q1 (Scimago)
3	Second-order KKT optimality conditions for multiobjective optimal control problems	Kien, B.T., <u>Tuyen, N.V.</u> , Yao, J.C.	SIAM Journal on Control and Optimization	ISI	ISI, IF2018/2019: 1.986	Q1 (Scimago)
4	A note on approximate Karush-Kuhn-Tucker conditions in locally Lipschitz multiobjective optimization	<u>Tuyen, N.V.</u> , Yao, J.C, Wen, C.F.	Optimization Letters	ISI	IF2018/2019: 1.399	Q1 (Scimago)
5	New second-order Karush-Kuhn-Tucker optimality conditions for vector optimization	<u>Huy, N.Q.</u> , Kim, D.S., <u>Tuyen, N.V.</u>	Applied Mathematics and Optimization	ISI	IF2018/2019: 1.895	Q1 (Scimago)

6	On the existence of Pareto solutions for polynomial vector optimization problems	Kim, D.S., Son, P.T., <u>Tuyen, N.V.</u>	Mathematical Programming	ISI	IF2018/2019: 3.785	Q1 (Scimago)
7	Differential stability of convex optimization problems under weaker conditions	An, D.T.V., Kobis, M.A., <u>Tuyen, N.V.</u>	Optimization. A Journal of Mathematical Programming and Operations Research	ISI	IF2018/2019: 1.206	Q1 (Scimago)
8	Existence of efficient and properly efficient solutions to problems of constrained vector optimization	Kim, D.S., Mordukhovich, B.S., Pham, T.S., <u>Tuyen, N.V.</u>	Mathematical Programming	ISI	IF2018/2019: 3.785	Q1 (Scimago)
9	Stability of Generalized Equations under Nonlinear Perturbations	Qui, N.T., <u>Tuan, H.N.</u>	Optimization Letters	ISI	IF2018/2019: 1.399	Q1 (Scimago)
10	Affine minimax variational inequalities and matrix two-person games	<u>D.T.K. Huyen</u> and J.-C. Yao	Journal of Fixed Point Theory and Applications	ISI	IF2019/2020: 1.741	Q1 (Scimago)
11	The Stationary Point Set Map in General Parametric Optimization Problems	<u>D.T.K. Huyen</u> , J.-C. Yao, and N.D. Yen	Set-Valued and Variational Analysis	ISI	IF 2019: 1.476	Q1 (Scimago)
12	Sensitivity analysis of an optimization problem under total perturbations. Part 2: Robinson stability	<u>D.T.K. Huyen</u> , J.-C. Yao, and N.D. Yen	Journal of Optimization Theory and Applications	ISI	IF 2020: 2.545	Q1 (Scimago)
13	Sensitivity analysis of an optimization problem under total perturbations.	<u>D.T.K. Huyen</u> , J.-C. Yao, and N.D. Yen	Journal of Optimization Theory and Applications	ISI	IF 2020: 2.545	Q1 (Scimago)

	Part 1: Lipschitzian stability					
14	Solution stability of a linearly perturbed constraint system and applications	<u>D.T.K. Huyen</u> and J.-C. Yao	Set-Valued and Variational Analysis	ISI	IF 2019: 1.476	Q1 (Scimago)
15	Coderivatives and the solution map of a linear constraint system	<u>D.T.K. Huyen</u> and N.D. Yen	SIAM Journal on Optimization	ISI	IF2019/2020: 2,247	Q1 (Scimago)
16	L^∞ - Stability of a parametric optimal control problem governed by semilinear Elliptic equations	Bui Trong Kien, <u>Nguyen Quoc Tuan</u> , Ching-Feng Wen & Jen-Chih Yao	Applied Mathematics and Optimization	ISI	IF 2019:1.895	Q1 (Scimago)
17	Second-order optimality conditions and regularity of Lagrange multipliers for mixed optimal control problems	N.B. Giang, <u>N.Q. Tuấn</u> , N.H. Sơn	Posibility	ISI	IF 2019:1.005	Q2 (Scimago)
18	On the Solution Existence and Stability of Quadratically Constrained Nonconvex Quadratic Programs	<u>N. N. Tam</u> , <u>T. V. Nghi</u>	Optimization Letters	ISI	IF 2020/2021: 1.502	Q1 (Scimago)
19	On the solution existence to convex polynomial programs and its applications	<u>N. N. Tam</u> , <u>T. V. Nghi</u>	Optimization Letters	ISI	IF 2020/2021: 1.502	Q1 (Scimago)
20	A Frank-Wolfe type for cubic programs and solvability for quadratic variational inequalities	<u>T. V. Nghi</u> , <u>N. N. Tam</u> ,	Journal of Optimization Theory and Applications	ISI	IF 2020: 2.545	Q1 (Scimago)

21	Linear convergence of a type of iterative sequences in nonconvex quadratic programming	<u>H. N. Tuan</u>	Journal of Mathematical Analysis and Applications	ISI	IF: 1.527	Q1 (Scimago)
22	Stability of Generalized Equations under Nonlinear Perturbations	N. T. Qui and <u>H. N. Tuan</u>	Optimization Letters	ISI	IF2018/2019: 1.399	Q1 (Scimago)
23	On the flatness and the projectivity over Hopf subalgebras of Hopf algebras over Dedekind rings	N. D. Duong, P. H. Hai and N. H. Hung	Journal of Algebra	ISI	IF: 0.89	Q1 (Scimago)
24	On the solution existence of convex quadratic programming problems in Hilbert spaces	V.V. Dong and <u>N. N. Tam</u>	Taiwanese J. Math.	ISI	IF: 0.647	Q2 (Scimago)
25	Duality gap function in infinite dimensional linear programming	N. T. Vinh, D. S. Kim, <u>N. N. Tam</u> , and N. D. Yen	Journal of Mathematical Analysis and Applications	ISI	IF: 1.527	Q1 (Scimago)
26	On the solution existence of nonconvex quadratic programming problems in Hilbert spaces,	V.V. Dong and <u>N. N. Tam</u>	Acta Math. Vietnam.	ESCI /SC OPU S	SJR: 0.38	Q3 (Scimago)

2.2. Danh mục các nhiệm vụ KH&CN có liên quan từ cấp cơ sở trở lên thực hiện trong 05 năm gần nhất (do trưởng nhóm hay thành viên nhóm làm chủ nhiệm)

TT	Tên nhiệm vụ, mã số	Chủ nhiệm	Thời gian thực hiện	Cấp quản lý	Tình trạng (đang thực hiện/đã nghiệm thu, kết quả)
1	Sự tồn tại nghiệm tối ưu theo thứ tự suy rộng	Nguyễn Văn Tuyên	05/2013-05/2014	Cơ sở	Nghiệm thu /Tốt

	của bài toán tối ưu vector, C.2013.15				
2	Một số tính chất định tính của bài toán cân bằng vectơ với thứ tự tổng quát, C.2016.11	Nguyễn Văn Tuyên	01/2016-01/2017	Cơ sở	Nghiệm thu /Tốt
3	Khảo sát về một số quy tắc tính toán dưới vi phân bậc hai và các ứng dụng, B.2018-SP2-14	Nguyễn Văn Tuyên	05/2018-04/2020	Bộ	Nghiệm thu /Xuất sắc
4	Nghiên cứu sự tồn tại nghiệm của bài toán tối ưu vectơ trên miền ràng buộc không bị chặn, C.2019-18-05	Nguyễn Văn Tuyên	06/2019-05/2021	UTCCS	Nghiệm thu/tốt
5	Một số đặc trưng cho tính Lipschitz suy rộng của ánh xạ đa trị và ứng dụng, B2021-SP2-06	Nguyễn Văn Tuyên	01/2021-12/2022	Bộ	Đang thực hiện
6	Nghiên cứu điều kiện tối ưu kiểu KKT cho các nghiệm hữu hiệu xấp xỉ của bài toán tối ưu vectơ giá trị khoảng, HPU2.UT-2021.15	Nguyễn Văn Tuyên	08/2021-07/2023	UTCCS	Đang thực hiện
7	Cấu trúc tập nghiệm, tính ổn định và độ nhạy nghiệm trong các bài toán tối ưu đa mục tiêu	Nguyễn Quang Huy	2006	Bộ	Nghiệm thu/tốt
8	Tối ưu không trơn và đối ngẫu không lồi	Nguyễn Quang Huy	2014	NAFOSTED	Nghiệm thu/đạt
9	Trò chơi Nash suy rộng, tối ưu hai cấp và	Dương Thị Kim Huyền	2/2021-2/2022	NAFOSTED	Đang thực hiện

	ứng dụng vào các hệ thống phức hợp				
10	Some Qualitative Results on Matrix Two-person Game	Dương Thị Kim Huyền	2021	Cơ sở	Đang thực hiện
11	Đôi ngẫu xấp xỉ của bài toán tựa cân bằng vector và ứng dụng	Nguyễn Quốc Tuấn	2019-2020	Cơ sở	Đã nghiệm thu/tốt
12	Điều kiện cực trị của bài toán quy hoạch toàn phương với ràng buộc toàn phương trong không gian hữu hạn chiều	Trần Văn Nghị	2015	Cơ sở	Đã nghiệm thu/tốt
13	Tính ổn định của bài toán quy hoạch toàn phương với ràng buộc toàn phương trong không gian hữu hạn chiều	Trần Văn Nghị	2019	Cơ sở	Đã nghiệm thu/tốt
14	Nghiên cứu sự hội tụ của thuật toán DCA cho một số dạng bài toán quy hoạch không lồi, B.2017-SP2-07	Hoàng Ngọc Tuấn	2017-2019	Cấp bộ	Đã nghiệm thu/tốt
15	Bất đẳng thức biến phân vectơ và một số vấn đề liên quan, 101.01-2018.306	Nguyễn Năng Tâm	2018	NAFOSTED	Đang thực hiện
16	Bài toán bất đẳng thức biến phân affine suy rộng và một số vấn đề liên quan, Đề tài KHCN cấp Bộ, mã số: B.2019-SP2-01	Nguyễn Năng Tâm	2019-2021	Bộ	Đã nghiệm thu/tốt
17	Sự tồn tại nghiệm của bài toán tối ưu toàn	Nguyễn Năng Tâm	2019-2021	UTCCS	Đã nghiệm thu/tốt

	phương và một số vấn đề liên quan				
--	-----------------------------------	--	--	--	--

2.3. Danh mục các sách phục vụ đào tạo đã xuất bản (do trưởng nhóm hay thành viên nhóm làm chủ biên)

TT	Tên sách	Tác giả	Nhà xuất bản	Năm xuất bản	Mã số ISBN
1	Giáo trình Ứng dụng phép tính vi tích phân hàm một biến	Nguyễn Quốc Tuấn (chủ biên)	Lao động Xã hội	2020	978-604-65-4993-2

2.4. Danh mục các sản phẩm KH&CN đã ứng dụng, đăng ký sở hữu trí tuệ, chuyển giao trong 05 năm gần nhất (sắp xếp theo thứ tự thời gian mới nhất đến cũ nhất)

2.5. Các giải thưởng về KH&CN trong 05 năm gần nhất (tên công trình, tên giải thưởng, cấp khen thưởng, thời gian)

T T	Tên giải thưởng	Cơ quan/tổ chức ra quyết định	Số quyết định và ngày, tháng, năm	Số tác giả
1	Thưởng công trình Toán học năm 2012 - Chương trình trọng điểm quốc gia phát triển Toán học giai đoạn 2010 đến 2020	Bộ Giáo dục và Đào tạo	842/QĐ-BGDĐT, ngày 07/03/2013	2
2	Thưởng công trình Toán học năm 2017 - Chương trình trọng điểm quốc gia phát triển Toán học giai đoạn 2010 đến 2020	Bộ Giáo dục và Đào tạo	4360/QĐ-BGDĐT, ngày 13/10/2017	2
3	Thưởng công trình Toán học năm 2018 - Chương trình trọng điểm quốc gia phát triển Toán học giai đoạn 2010 đến 2020	Viện Nghiên cứu cao cấp về Toán	100/QĐ-VNCCCT, ngày 25/10/2018	3
4	Thưởng công trình Toán học năm 2020 - Chương trình trọng điểm quốc gia phát triển Toán học giai đoạn 2010 đến 2020	Viện Nghiên cứu cao cấp về Toán	92/QĐ-VNCCCT, ngày 12/10/2018	3

3. NĂNG LỰC VỀ CƠ SỞ VẬT CHẤT VÀ TRANG THIẾT BỊ HIỆN CÓ (chỉ nêu các hạng mục thiết yếu)

3.1. Phòng làm việc, phòng thí nghiệm (tên phòng, địa chỉ, diện tích, đơn vị quản lý)

Phòng 2.10, 2.11; nhà A4; diện tích 60m², Khoa Toán

3.2. Trang thiết bị nghiên cứu

TT	Tên thiết bị	Mục đích sử dụng	Sở hữu (đơn vị, nhóm, cá nhân?)	Đơn vị quản lý
1	Sách và tạp chí (241 đầu sách và tạp chí)	Nghiên cứu và giảng dạy	Khoa Toán	Khoa Toán
2	Máy tính (02)	Truy cập internet và Mathscinet	Khoa Toán	Khoa Toán
3	Máy in (02)	In ấn tài liệu	Khoa Toán	Khoa Toán

4. TỔNG QUAN TÌNH HÌNH NGHIÊN CỨU TRONG VÀ NGOÀI NƯỚC

4.1. Ngoài nước

Giải tích biến phân có nguồn gốc từ các bài toán tối ưu và là một lĩnh vực quan trọng của toán học. Các nguyên lý cũng như các kỹ thuật của giải tích biến phân được áp dụng để giải quyết nhiều bài toán quan trọng trong các lĩnh vực khác nhau của toán học. Phạm vi ảnh hưởng của nó đã vượt xa so với mục tiêu ban đầu của các bài toán biến phân.

Một trong các đặc trưng quan trọng nhất của giải tích biến phân đó là tính không trơn. Các hàm không trơn và các tập với biên không trơn xuất hiện một cách tự nhiên và thường xuyên trong lý thuyết của các bài toán biến phân cũng như các ứng dụng của nó. Vì vậy, các công cụ của giải tích không trơn hay phép tính vi phân suy rộng được coi là “trái tim” của giải tích biến phân và đóng một vai trò quan trọng trong các hướng nghiên cứu của giải tích biến phân và các bài toán tối ưu; xem [2-4, 6, 14, 19, 20, 28].

Có hai hướng chính liên khi nghiên cứu lý thuyết phép tính vi phân suy rộng, đó là, phép tính vi phân suy rộng bậc nhất và phép tính vi phân suy rộng bậc cao mà trường hợp bậc hai là một đại diện quan trọng.

Việc nghiên cứu lý thuyết dưới vi phân suy rộng bậc nhất đã thu hút được sự quan tâm của nhiều nhà toán học và có nhiều ứng dụng quan trọng trong lý thuyết tối ưu cũng như các bài toán liên quan; xem [16, 22] và các tài liệu được trích dẫn trong đó. Cho đến nay, lý thuyết dưới vi phân suy rộng bậc nhất đã được phát triển khá hoàn thiện trong cả trường hợp hữu hạn chiều cũng như vô hạn chiều; xem [4, 6, 19].

Trong các bài toán tối ưu, điều kiện bậc nhất (Quy tắc Fermat) thường đóng vai trò là các điều kiện cần cực trị. Quy tắc Fermat cho ta một tiêu chuẩn xác định những điểm có khả năng đạt cực trị của một hàm số. Một điểm thỏa mãn quy tắc Fermat còn gọi là một điểm dừng. Đối

với một bài toán tổng quát (không lồi) thì quy tắc Fermat không đủ để ta nhận biết một điểm dừng có là điểm cực trị của bài toán hay không.

Điều kiện cực trị bậc hai không những làm mịn hơn điều kiện cần cực trị bậc nhất mà còn bổ sung cho các điều kiện này trong việc đưa ra các điều kiện đủ cho một điểm dừng là điểm cực trị của hàm số. Hơn thế nữa, nó còn giúp ta xây dựng các thuật toán tìm nghiệm tối ưu cũng như đánh giá tốc độ hội tụ của các thuật toán này; xem [2, 12, 27].

Cho đến nay, theo hiểu biết của chúng tôi, đã có một số cách xây dựng các đạo hàm bậc hai suy rộng được đề xuất và áp dụng thành công trong việc nghiên cứu các bài toán tối ưu, về độ nhạy nghiệm, và các bài toán liên quan; xem [6, 11, 19, 20].

Dưới vi phân bậc hai theo nghĩa Clarke của các hàm thuộc lớp $C^{1,1}$ được đề xuất bởi Hiriart-Urruty và các đồng nghiệp trong [11]. Sau đó, dưới vi phân bậc hai theo nghĩa Clarke đã được áp dụng trong việc đưa ra các điều kiện cần, điều kiện đủ, nghiên cứu tính ổn định và xây dựng các thuật toán tìm nghiệm cho các bài toán tối ưu không trơn; xem [5, 7-9, 13, 15]. Tuy nhiên, trong nhiều trường hợp, dưới vi phân theo nghĩa Clarke (một dạng dưới vi phân lồi hóa) quá rộng để có thể bác bỏ một điểm dừng mà không là cực trị của hàm số.

Với các khái niệm cơ bản như *nón pháp tuyến không lồi* của các tập hợp trong không gian Banach, *dưới vi phân (không lồi) qua giới hạn/Mordukhovich* của các hàm số thực, *đối đạo hàm Fréchet* và *đối đạo hàm qua giới hạn/Mordukhovich* của ánh xạ đa trị, sau 35 năm phát triển, lý thuyết vi phân suy rộng do Giáo sư B. S. Mordukhovich khởi xướng đã trở nên hoàn thiện và đưa đến nhiều ứng dụng quan trọng. Bộ sách [19, 20], gồm 2 tập, mỗi tập có 4 chương, được xuất bản năm 2006, đã nhanh chóng trở thành một tài liệu quan trọng, được nhiều người sử dụng. Bộ sách đó chứa đựng nhiều kết quả sâu sắc về Giải tích không trơn, Giải tích đa trị, Lý thuyết tối ưu, và ứng dụng.

Trong [19, 20], Mordukhovich đã trình bày các kết quả quan trọng và tổng kết các hướng phát triển chính trong lý thuyết vi phân bậc hai. Như chúng ta đã biết, có hai hướng tiếp cận cơ bản đối với các đạo hàm bậc hai suy rộng trong giải tích. Trong khi hướng thứ nhất dựa trên khai triển Taylor, thì hướng còn lại định nghĩa đạo hàm bậc hai suy rộng như là đạo hàm suy rộng của đạo hàm bậc nhất. Mordukhovich [16] đã đề xuất một cách xây dựng mới cho dưới vi phân bậc hai của các hàm số thực mở rộng như là đối đạo hàm của các ánh xạ dưới vi phân. Cách xây dựng dưới vi phân bậc hai của Mordukhovich có nguồn gốc từ việc nghiên cứu độ nhạy nghiệm của các hệ biến phân và đặc trưng tính ổn định Lipschitz qua các đối đạo hàm; xem [16, 17].

Việc phát triển các quy tắc tính toán dưới vi phân bậc nhất và bậc hai theo nghĩa của Mordukhovich cũng như nghiên cứu các ứng dụng của nó đang thu hút được sự quan tâm đặc biệt của các nhà toán học trên thế giới. Gần đây, Mordukhovich và nhóm nghiên cứu đã thành công trong việc sử dụng các dưới vi phân này để đặc trưng tính lồi của hàm số và nghiên cứu các tính chất ổn định nghiệm như: tính ổn định nghiêng (tilt stability), tính ổn định Lipschitz, tính ổn định Hölder của ánh xạ nghiệm của các bài toán tối ưu có tham số; xem [10, 18, 21-26]. Các kết quả này chứng tỏ tầm quan trọng của lý thuyết dưới vi phân qua giới hạn trong giải tích biến phân và lý thuyết tối ưu.

- [1] Bao, T.Q.: Subdifferential necessary conditions in set-valued optimization problems with equilibrium constraints. *Optimization* **63** (2014), 181-205.
- [2] Bertsekas, D.P.: *Nonlinear Programming*. Belmont, Athena Scientific (1999).
- [3] Bonnans, J.F., Shapiro, A.: *Perturbation Analysis of Optimization Problems*, Springer, New York (2000).
- [4] Borwein, J.M., Zhu, Q.J.: *Techniques of Variational Analysis*, CMS Books Math. 20, Springer, New York (2005).
- [5] Chen, C., Liu, Y.J., Sun, D., Toh, K.C.: A semismooth Newton-CG based dual PPA for matrix spectral norm approximation problems, *Math. Program.* **155** (2016), 435–470.
- [6] Clarke, F.H.: *Optimization and Nonsmooth Analysis*, SIAM, Philadelphia, 1990.
- [7] Cominetti, R., Correa, R.: A generalized second-order derivative in nonsmooth optimization, *SIAM J. Control Optim.* **28** (1990), 789–809.
- [8] Georgiev, P.G., Zlateva, N.P.: Second subdifferentials of $C^{1,1}$ functions: optimality conditions and well posedness, *C. R. Acad. Bulgare Sci.* **46** (1993), 25–28.
- [9] Georgiev, P.G., Zlateva, N.P.: Second-order subdifferentials of $C^{1,1}$ functions and optimality conditions, *Set-Valued Anal.* **4** (1996), 101–117.
- [10] Gfrerer, H., Mordukhovich, B.S: Complete characterizations of tilt stability in nonlinear programming under weakest qualification conditions. *SIAM J. Optim.* **25** (2015), 2081-2119.
- [11] Hiriart-Urruty, J.B., Strodiot, J.J., Hien, N.V.: Generalized Hessian matrix and second-order optimality conditions for problems with $C^{1,1}$ data, *Appl. Math. Optim.* **11** (1984), 43–56.
- [12] Izmailov, A.F., Solodov, M.V.: An active-set newton method for mathematical programs with complementarity constraints. *SIAM J. Optim.* **19** (2008), 1003-1027.

- [13] Jeyakumar, V., Wang, X.: Approximate Hessian matrices and second-order optimality conditions for nonlinear programming problems with C^1 -data, *J. Austral. Math. Soc. Ser. B* **40** (1999), 403–420.
- [14] Jeyakumar, V., Luc, D.T.: *Nonsmooth Vector Functions and Continuous Optimization*, *Optim. Appl.*, 10, Springer, New York (2008).
- [15] Liu, L., Křížek, M.: The second order optimality conditions for nonlinear mathematical programming with $C^{1,1}$ data, *Appl. Math.* **42** (1997), 311–320.
- [16] Mordukhovich, B.S.: Sensitivity analysis in nonsmooth optimization: in *Theoretical Aspects of Industrial Design*, D. A. Field and V. Komkov, eds., *Proc. Appl. Math.* **58**, SIAM, Philadelphia, 1992, pp. 32-46.
- [17] Mordukhovich, B.S.: Stability theory for parametric generalized equations and variational inequalities via nonsmooth analysis. *Trans. Amer. Math. Soc.* **343** (1994), 609-658.
- [18] Mordukhovich, B.S., Outrata, J.V.: On second-order subdifferentials and their applications. *SIAM J. Optim.* **12** (2001), 139-169.
- [19] Mordukhovich, B.S.: *Variational Analysis and Generalized Differentiation, Vol. I: Basic Theory*, Springer, Berlin (2006).
- [20] Mordukhovich, B.S.: *Variational Analysis and Generalized Differentiation, Vol. II: Applications*, Springer, Berlin (2006)
- [21] Mordukhovich, B.S., Rockafellar, R.T.: Second-order subdifferential calculus with applications to tilt stability in optimization. *SIAM J. Optim.* **22** (2012), 953-986.
- [22] Mordukhovich, B.S., Nghia, T.T.A.: Second-order variational analysis and characterizations of tilt-stable optimal solutions in infinite-dimensional spaces. *Nonlinear Anal.* **86** (2013), 159-180.
- [23] Mordukhovich, B.S., Nghia, T.T.A.: Full Lipschitzian and Hölderian stability in optimization with applications to mathematical programming and optimal control. *SIAM J. Optim.* **24** (2014), 1344-1381.
- [24] Mordukhovich, B.S., Nam, N.M., Nhi, N.T.Y.: Partial second-order subdifferentials in variational analysis and optimization. *Numer. Funct. Anal. Optim.* **35** (2014), 1113-1151.
- [25] Mordukhovich, B.S., Outrata, J.V., Ramírez, H.: Second-order variational analysis in conic programming with applications to optimality and stability. *SIAM J. Optim.* **25** (2015), 76-101.
- [26] Mordukhovich, B.S., Nghia, T.T.A., Rockafellar, R.T.: Full stability in finite-dimensional optimization. *Math. Oper. Res.* **40** (2015), 226-252.

[27] Nocedal, J., Wright, S.J.: Numerical Optimization. New York, Springer (1999).

[28] Penot, J.P: Calculus without Derivatives, Springer, New York, 2013.

[29] Poliquin, R.A., Rockafellar, R.T.: Tilt stability of a local minimum. SIAM J. Optim. **8** (1998), 287-299.

4.2. Trong nước

Các phép tính vi phân suy rộng và các ứng dụng của nó cũng nhận được sự quan tâm đặc biệt từ các nhà toán học trong nước.

Đối với dưới vi phân bậc nhất, việc phát triển các quy tắc tính toán dưới vi phân và ứng dụng để nghiên cứu tính ổn định/độ nhạy nghiệm của các bài toán tối ưu có tham số đã được nhiều nhà toán học trong nước quan tâm nghiên cứu. Trong [51-55], GS. Nguyễn Đông Yên cùng các đồng nghiệp đã bổ sung, phát triển các quy tắc tính toán dưới vi phân Fréchet/Mordukhovich của các hàm số thực mở rộng cũng như đối đạo hàm Fréchet/Mordukhovich của các ánh xạ đa trị và ứng dụng để nghiên cứu tính ổn định nghiệm cho các bài toán tối ưu có tham số.

Trong [64-86], PGS. TS. Nguyễn Quang Huy và các đồng nghiệp đã đưa ra các ước lượng và tính toán đối đạo hàm/dưới vi phân của hàm giá trị tối ưu (ánh xạ điểm hữu hiệu) và qua đó thu được các kết quả liên quan đến tính giả Lipschitz của ánh xạ nghiệm của các bài toán tối ưu/vectơ phụ thuộc tham số. Gần đây, TS. Dương Thị Kim Huyền và các đồng nghiệp [56-59] đã sử dụng đối đạo hàm qua giới hạn/Mordukhovich để nghiên cứu tính ổn định Lipschitz cho các phương trình tuyến tính suy rộng và tập điểm KKT của các bài toán tối ưu có tham số. Trong [60-63], PGS. TS. Nguyễn Năng Tâm và TS. Trần Văn Nghị đã sử dụng các công cụ của đối đạo hàm/dưới vi phân qua giới hạn để nghiên cứu tính ổn định cũng như độ nhạy nghiệm cho các bài toán tối ưu đa thức phụ thuộc tham số.

Trong [69-73], PGS. TS. Nguyễn Văn Tuyên và các đồng nghiệp đã nghiên cứu các điều kiện tối ưu xấp xỉ qua các dưới vi phân và các đạo hàm suy rộng cho các bài toán tối ưu vectơ và bài toán tối ưu với dữ liệu không chắc chắn.

Đối với dưới vi phân bậc hai, GS. Đinh Thế Lục và các đồng nghiệp [42] đã đề xuất một khái niệm được gọi là pseudo-Hessian của các hàm số nhiều biến như là một mở rộng của dưới vi phân bậc hai theo nghĩa của Clarke và theo nghĩa của Mordukhovich. Một đặc trưng quan trọng của các pseudo-Hessian, đó là, mọi hàm khả vi liên tục đều có khai triển dạng Taylor qua các pseudo-Hessian. Sau đó, các tác giả nghiên cứu điều kiện cần, điều kiện đủ cực trị bậc hai cho các bài toán tối ưu không có ràng buộc. Việc đặc trưng tính lồi của các hàm thuộc lớp $C^{1,1}$ qua tính nửa xác định dương của các pseudo-Hessian cũng được trình bày trong [42]. Sau

đó, GS. Đinh Thế Lục cùng các đồng nghiệp tiếp tục mở rộng các kết quả đạt được trong [42] cho các bài toán tối ưu có ràng buộc [14, 35] và tối ưu vectơ [36].

Một hướng nghiên cứu khác đối với phép tính vi phân bậc hai suy rộng được đề xuất bởi GS. Phan Quốc Khánh và các đồng nghiệp. Trong [43], các tác giả đã đề xuất một khái niệm gọi là xấp xỉ bậc hai (second-order approximation) của các ánh xạ đa trị giữa các không gian Banach thông qua khai triển Taylor. Sau đó, GS. Phan Quốc Khánh cùng các đồng nghiệp đã áp dụng các xấp xỉ bậc hai để nghiên cứu các điều kiện cực trị bậc hai cho các bài toán tối ưu không trơn; xem [44, 45, 46, 49].

Lý thuyết vi phân bậc hai suy rộng theo nghĩa của Mordukhovich đã thu hút được sự quan tâm đặc biệt của GS. Nguyễn Đông Yên và nhóm nghiên cứu. Trong [32], **GS. Nguyễn Đông Yên cùng các đồng tác giả đã đưa ra các đặc trưng về tính lồi của các hàm số thuộc lớp $C^{1,1}$ và các hàm tuyến tính từng khúc qua tính nửa xác định dương (PSD) của dưới vi phân bậc hai Fréchet và dưới vi phân bậc hai Mordukhovich. PGS. TS. Nguyễn Huy Chiêu và các đồng tác giả [30] đã đặc trưng tính lồi của các hàm số trơn C^2 từng khúc qua tính (PSD) của các dưới vi phân bậc hai Mordukhovich của nó. Sau đó, các kết quả trong các bài báo [30, 32] đã được PGS. TS. Nguyễn Quang Huy và các đồng tác giả mở rộng cho các hàm số xác định trên các không gian Hilbert và các không gian Banach; xem [31]. Mối liên hệ giữa tính (PSD) của các dưới vi phân bậc hai với tính chất đơn điệu của dưới vi phân bậc nhất theo nghĩa của Mordukhovich được nghiên cứu trong [33].**

Vấn đề thứ hai được GS. Nguyễn Đông Yên và các đồng nghiệp quan tâm đó là nghiên cứu tính ổn định của các bài toán con miền tin cậy (trust-region subproblems) với nhiều. Như đã biết, nghiệm của một bài toán con miền tin cậy có thể coi như là nghiệm của một phương trình suy rộng tuyến tính (linear generalized equations). Vì vậy, việc nghiên cứu tính ổn định nghiệm của các phương trình suy rộng có một vai trò hết sức quan trọng trong việc nghiên cứu tính ổn định của bài toán con miền tin cậy. Trong một bài báo quan trọng [47], các tác giả đã đưa ra các công thức tính toán đối đạo hàm của ánh xạ nón pháp. Từ đó, các tác giả nhận được các đặc trưng về tính ổn định Lipschitz của ánh xạ nghiệm của các phương trình suy rộng tuyến tính. Các kết quả trong [47] tiếp tục được nghiên cứu và mở rộng trong các bài báo [37, 41, 48].

Việc nghiên cứu các điều kiện cực trị bậc hai qua dưới vi phân Mordukhovich cho các bài toán tối ưu cũng là một vấn đề quan trọng thu hút được sự quan tâm của các nhà toán học trong nước. Trong [38], PGS. TS. Nguyễn Quang Huy cùng với PGS. TS. Nguyễn Văn Tuyên

đã đề xuất một khái niệm gọi là dưới vi phân đối xứng bậc hai (là hợp của dưới vi phân bậc hai và dưới vi phân trên bậc hai theo nghĩa của Mordukhovich) cho các hàm số thực và áp dụng để nghiên cứu các điều kiện cần, điều kiện đủ cực trị bậc hai cho các bài toán tối ưu với ràng buộc hình học. Sau đó, các kết quả này được mở rộng cho các bài toán tối ưu vectơ với ràng buộc phiếm hàm; xem [39, 40]. Gần đây, GS. Nguyễn Đông Yên và các đồng nghiệp cũng đạt được một số kết quả về điều kiện cần, điều kiện đủ cực trị bậc hai cho các bài toán tối ưu không có ràng buộc thông qua dưới vi phân bậc hai Fréchet/Mordukhovich. Đối với điều kiện cực trị bậc hai cho các bài toán có ràng buộc qua dưới vi phân bậc hai Mordukhovich vẫn còn mở và cần tiếp tục được nghiên cứu.

[30] Chieu, N.H., Yao, J.-C.: Characterization of convexity for a piecewise C^2 function by the limiting second-order subdifferential, *Taiwanese J. Math.* **15** (2011), 31–42.

[31] Chieu, N.H., Huy, N.Q.: Second-order subdifferentials and convexity of real-valued functions, *Nonlinear Anal.* **74** (2011), 154–160.

[32] **Chieu, N.H., Chuong, T.D., Yao, J.-C., Yen, N.D.: Characterizing convexity of a function by its Fréchet and limiting second-order subdifferentials, Set-Valued Var. Anal. 19 (2011), 75-96.**

[33] Chieu, N.H.; Trang, N.T.Q.: Coderivative and monotonicity of continuous mappings, *Taiwanese J. Math.* **16** (2012), 353–365.

[34] Chieu, N.H., Lee, G.M., Yen, N.D.: Second-order subdifferentials and optimality conditions for C^1 -smooth optimization problems, **submitted**

[35] Dhara, A., Luc, D.T., Tinh, P.N.: On second-order conditions for nonsmooth problems with constraints, *Vietnam J. Math.* **40** (2012), 201–229.

[36] Guerraggio, A., Luc, D.T., Minh, N.B.: Second-order optimality conditions for C^1 multiobjective programming problems, *Acta Math. Vietnam.* **26** (2001), 257–268.

[37] Huy, N.Q.; Yao, J.-C.: Exact formulae for coderivatives of normal cone mappings to perturbed polyhedral convex sets, *J. Optim. Theory Appl.* **157** (2013), 25–43.

[38] **Huy, N.Q., Tuyen, N.V.: New second-order optimality conditions for a class of differentiable optimization problems, J. Optim. Theory Appl. 171 (2016), 27-44.**

[39] **Huy, N.Q., Kim, D.S., Tuyen, N.V.: Strong second-order Karush-Kuhn-Tucker optimality conditions for vector optimization, submitted**

- [40] Huy, N.Q., Kim, D.S., Tuyen, N.V.: **New second-order Karush-Kuhn-Tucker optimality conditions for vector optimization**, *Appl. Math. Optim.* (2017), DOI 10.1007/s00245-017-9432-2
- [41] Huyen, D.T.K., Yen, N.D.: Coderivatives and the solution map of a linear constraint system. *SIAM J. Optim.* **26** (2016), 986–1007.
- [42] Jeyakumar, V., Luc, D.T.: Approximate Jacobian matrices for nonsmooth continuous maps and C^1 -optimization, *SIAM J. Control Optim.* **36** (1998), 1815-1832.
- [43] Khanh, P.Q., Tuan, N.D.: Optimality conditions without continuity in multivalued optimization using approximations as generalized derivatives. In: Mishra, S.K. (eds.) *Recent Contributions in Nonconvex Optimization*, pp. 47–61. Springer, New York (2011)
- [44] Khanh, P.Q., Tuan, N.D.: Second-order optimality conditions using approximations for nonsmooth vector optimization problems under inclusion constraints. *Nonlinear Anal.* **74** (2011), 4338-4351.
- [45] Khanh, P.Q., Tung, N.M.: First and second-order optimality conditions without differentiability in multivalued vector optimization, *Positivity* **19** (2015), 817–841.
- [46] Khanh, P.Q., Tung, N.M.: Second-order optimality conditions with the envelope-like effect for set-valued optimization, *J. Optim. Theory Appl.* **167** (2015), 68–90.
- [47] Qui, N.T., Yen, N.D.: A class of linear generalized equations, *SIAM J. Optim.* **24** (2014), 210-231.
- [48] Qui, N.T.: Stability for trust-region methods via generalized differentiation. *J. Global Optim.* **59** (2014), 139–164.
- [49] Tuan, N.D.: First and second-order optimality conditions for nonsmooth vector optimization using set-valued directional derivatives, *Appl. Math. Comput.* **251** (2015), 300–317.
- [50] Mordukhovich, B.S, Hang, N.T.V., Sarabi, M.E.: Second-order variational analysis in second-order cone programming, *Math. Program.* 180 (2020), 75-116.
- [51] Mordukhovich, B.S., Nam, N.M., Yen, N.D.: Subgradients of marginal functions in parametric mathematical programming, *Math. Program.*, 116 (2009), 369-396.
- [52] Mordukhovich, B.S., Nam, N.M., Yen, N.D.: Fréchet subdifferential calculus and optimality conditions in nondifferentiable programming, *Optimization* 55 (2006), 685 - 708.

- [53] Yao, J.C., Yen, N.D.: Coderivative calculation related to a parametric affine variational inequality, Part 1: Basic calculations, *Acta Math. Vietnamica*, 34 (2009), 157-172.
- [54] Yao, J.C., Yen, N.D.: Coderivative calculation related to a parametric affine variational inequality, Part 2: Applications, *Pacific Journal of Optimization*, 5 (2009), 493-506.
- [55] Lee, G.M., Yen, N.D.: Fréchet and normal coderivatives of implicit multifunctions, *Applicable Analysis* 90 (2011), 1011 – 1027.
- [56] Huyen, D.T.K., Yen, N.D.: Coderivatives and the solution map of a linear constraint system, *SIAM Journal on Optimization* 26(2016), 986–1007.
- [57] Huyen, D.T.K., Yao, J.C., Yen, N.D.: Sensitivity analysis of an optimization problem under total perturbations. Part 1: Lipschitzian stability, *Journal of Optimization Theory and Applications* 180 (2019), 91-116.
- [58] Huyen, D.T.K., Yao, J.C., Yen, N.D.: Sensitivity analysis of an optimization problem under total perturbations. Part 2: Robinson stability, *Journal of Optimization Theory and Applications* 180 (2019), 117-139
- [59] Huyen, D.T.K., Yao, J.C.: Solution stability of a linearly perturbed constraint system and applications, *Set-Valued and Variational Analysis* 27 (2019), 169-189.
- [60] Nghi, T.V., Tam, N.N.: Continuity and directional differentiability of the value function in parametric quadratically constrained nonconvex quadratic programs, *Acta. Math. Vietnam.*, 42(2), 311-336, 2017.
- [61] Nghi, T.V.: Coderivatives Related to Parametric Extended Trust Region Subproblem and Their Applications, *Taiwanese J. Math.*, 20(2), 485-511, 2018.
- [62] Nghi, T.V., Tam, N.N.: Stability for parametric extended trust-region subproblems, *Pac. J. Optim.*, 15(1), 111-129, 2019
- [63] Nghi, T.V., Tam, N.N.: Existence and sensitivity analysis for nonconvex cubic optimization problems, *Optimization* (published online). DOI: 10.1080/02331934.2020.1839069.
- [64] Huy, N.Q., Lee, G.M.: Sensitivity analysis in vector optimization, *Taiwanese J. Math.*, Vol. 11 (2007), pp. 945--958.
- [65] Huy, N.Q., Mordukhovich, B.S, Yao, J.C.: Coderivatives of frontier and solution maps in multiobjective optimization, *Taiwanese J. Math.*, Vol. 12 (2008), pp. 2083--2111.
- [66] Huy, N.Q., Lee, G.M.: Sensitivity of solutions to a parametric generalized inequality, *Set-Valued Analysis*, Vol. 16 (2008), pp. 805—820
- [67] Chuong, T.D., Huy, N.Q., Yao, J.C.: Subdifferentials of marginal functions in semi-infinite programming, *SIAM J. Optim.*, Vol. 20 (2009), pp. 1462--1477.

- [68] Chuong, T.D., Huy, N.Q., Yao, J.C.: Pseudo-Lipschitz property of linear semi-infinite vector optimization problems, *European J. Oper. Res.*, Vol. 200 (2010), pp. 639--644.
- [69] Tuyen, N.V., Yao, J.C, Wen, C.F.: A note on approximate Karush-Kuhn-Tucker conditions in locally Lipschitz multiobjective optimization, *Optim. Lett.* 13 (2019), 163-174.
- [70] An, D.T.V., Kobis, M.A., Tuyen, N.V.: Differential stability of convex optimization problems under weaker conditions. *Optimization* 69 (2) (2020)
- [71] Son, T.Q., Tuyen, N.V., Wen, C.-F.: Optimality conditions for approximate Pareto solutions of a nonsmooth vector optimization problem with an infinite number of constraints. *Acta Math. Vietnam.* 45 (2020), 435–448.
- [72] Tuyen, N.V., Approximate solutions of interval-valued optimization problems, *Investigación Oper.*, 42 (2021), 223-237.
- [73] Tuyen, N. V., Son, T. Q., Wen, C. F.: An approach to characterize ε -solution sets of convex programs, *TOP* (2021). DOI: 10.1007/s11750-021-00616-y.

5. TÍNH CẤP THIẾT CỦA NGHIÊN CỨU

Như đã trình bày ở phần tổng quan, các phép tính vi phân suy rộng bậc nhất và bậc hai, đặc biệt theo nghĩa của Mordukhovich, đóng vai trò quan trọng trong việc nghiên cứu các điều kiện cực trị cho các bài toán tối ưu không trơn và trong việc nghiên cứu tính ổn định nghiệm của các bài toán tối ưu có tham số.

Trong những năm qua, người đề xuất đề tài và các thành viên cũng đã có những đóng góp nhất định trong việc phát triển các quy tắc tính toán phép tính vi phân suy rộng bậc nhất và bậc hai theo nghĩa của Mordukhovich; ứng dụng để nghiên cứu các điều kiện cực trị cho các bài toán tối ưu/tối ưu vectơ và nghiên cứu tính ổn định/độ nhạy nghiệm cho các bài toán tối ưu có tham số.

Tuy nhiên, các quy tắc tính toán phép tính vi phân suy rộng bậc nhất và bậc hai vẫn cần được tiếp tục bổ sung và hoàn thiện, đặc biệt là đối với các lớp hàm không trơn có cấu trúc. Việc bổ sung, phát triển các quy tắc tính toán của phép tính vi phân suy rộng bậc nhất và bậc hai và nghiên cứu các ứng dụng của nó sẽ là những đóng góp quan trọng trong Giải tích biến phân và Lý thuyết tối ưu.

6. MỤC TIÊU NGHIÊN CỨU, HOẠT ĐỘNG CỦA NHÓM TRONG 03 NĂM (từ tháng/năm đến tháng/năm)

- Phát triển và bổ sung các quy tắc tính toán cho phép tính vi phân suy rộng, đặc biệt đối với phép tính vi phân suy rộng theo nghĩa Mordukhovich.

- Thiết lập các điều kiện tối ưu bậc nhất và bậc hai cho các bài toán: tối ưu đa mục tiêu, tối ưu minimax, tối ưu nửa vô hạn, tối ưu đa thức, tối ưu hai mức, tối ưu trên đa tạp, điều khiển tối ưu ...

- Nghiên cứu các đặc trưng của tính ổn định, tính chính quy metric của các ánh xạ đa trị và sự hội tụ của một số thuật toán tối ưu quan trọng

- Nghiên cứu tính ổn định và độ nhạy nghiệm của các bài toán tối ưu có tham số

7. ĐỐI TƯỢNG, PHẠM VI NGHIÊN CỨU

7.1 Đối tượng nghiên cứu: Phép tính vi phân suy rộng và ứng dụng

7.2. Phạm vi nghiên cứu: Giải tích không trơn, lý thuyết tối ưu và lý thuyết điều khiển tối ưu

8. CÁCH TIẾP CẬN, PHƯƠNG PHÁP NGHIÊN CỨU

8.1. Cách tiếp cận: Kết hợp giữa cách tiếp cận trên không gian nền và cách tiếp cận trên không gian đối ngẫu để nghiên cứu, bổ sung, phát triển các quy tắc tính toán các loại đạo hàm suy rộng và khai thác cấu trúc của lớp bài toán để nghiên cứu điều kiện cực trị, đặc trưng tính ổn định, tính chính quy metric, tính ổn định và độ nhạy nghiệm của các bài toán tối ưu phụ thuộc tham số.

8.2. Phương pháp nghiên cứu: Khai thác triệt để cấu trúc các lớp bài toán được xét và sử dụng có hiệu quả các kết quả của giải tích hàm, giải tích biến phân, giải tích đa trị và những kiến thức tích lũy được về lý thuyết tối ưu.

9. NỘI DUNG NGHIÊN CỨU VÀ TIẾN ĐỘ THỰC HIỆN

STT	Nội dung nghiên cứu	Thời gian (tháng/năm – tháng/năm)	Sản phẩm dự kiến (loại sản phẩm, số lượng, chỉ tiêu chất lượng)	Người thực hiện
1	Bổ sung, phát triển các quy tắc tính toán dưới vi phân, đối đạo hàm Mordukhovich	1/2022-6/2022	- 01 Bài báo $\geq 0,5$ điểm	Nguyễn Văn Tuyên, Nguyễn Huy Hưng, Hoàng Ngọc Tuấn
2	Nghiên cứu các điều kiện cực trị bậc nhất và tính đối ngẫu cho nghiệm xấp xỉ của bài toán tối ưu với dữ liệu không chắc chắn	7/2022-6/2023	- 01 Bài báo $\geq 1,5$ điểm	Nguyễn Văn Tuyên, Nguyễn Huy Hưng
3	Nghiên cứu các đặc trưng bậc nhất và đặc trưng bậc cao cho các tính chất Lipschitz suy rộng, đặc biệt là tính calm của ánh xạ đa trị	1/2022-6/2023	- 01 Bài báo ≥ 3 điểm	Nguyễn Quang Huy, Nguyễn Văn Tuyên, Nguyễn Huy Hưng, Hoàng Ngọc Tuấn
4	Ứng dụng các đặc trưng của tính chất Lipschitz suy rộng để nghiên cứu các điều kiện tối ưu, tính ổn	7/2023-6/2024	- 01 Bài báo ≥ 2 điểm	Nguyễn Văn Tuyên, Hoàng Ngọc Tuấn,

	định và độ nhạy nghiệm cho các lớp bài toán có tham số			Nguyễn Quang Huy, Nguyễn Huy Hưng,
5	Nghiên cứu sự tồn tại cận sai số địa phương và sự hội tụ của một số thuật toán tối ưu	1/2024- 12/2024	- 01 Bài báo $\geq 1,5$ điểm	Hoàng Ngọc Tuấn, Nguyễn Văn Tuyên, Nguyễn Quang Huy, Nguyễn Huy Hưng,
6	Nghiên cứu điều kiện cực trị và tính ổn định nghiệm cho bài toán tối ưu đa thức	1/2022- 12/2024	- 01 Bài báo $\geq 1,5$ điểm - 01 Bài báo ≥ 2 điểm	Trần Văn Nghị, Nguyễn Năng Tâm, Nguyễn Văn Tuyên
7	Nghiên cứu điều kiện cực trị và tính ổn định nghiệm cho bài toán điều khiển tối ưu	6/2023- 12/2024	- 01 Bài báo ≥ 2 điểm	Nguyễn Quốc Tuấn, Nguyễn Văn Tuyên
8	Nghiên cứu một số thuật toán giải và sự ổn định nghiệm các mô hình tối ưu trên cơ sở dữ liệu	6/2022- 12/2023	- 01 Bài báo ≥ 2 điểm	Dương Thị Kim Huyền, Nguyễn Văn Tuyên

10. SẢN PHẨM DỰ KIẾN THEO TỪNG NĂM

Loại sản phẩm	Năm thứ 1	Năm thứ 2	Năm thứ 3
Seminar/hội thảo			
Đề tài cấp cơ sở được phê duyệt thực hiện	1		
Đề tài cấp Bộ trở lên được phê duyệt thực hiện		1	
Bài báo $\geq 0,5$ điểm	1		
Bài báo $\geq 1,0$ điểm			
Bài báo $\geq 1,25$ điểm			
Bài báo $\geq 1,50$ điểm		2	1
Bài báo $\geq 2,0$ điểm		1	3
Bài báo $\geq 3,0$ điểm		1	
Sách/chương sách xuất bản trong nước			1

Sách/chương sách xuất bản quốc tế			
Bằng sáng chế			
Hợp đồng chuyển giao			
Sản phẩm thương mại hóa			
Sản phẩm đào tạo (<i>cử nhân, thạc sĩ, tiến sĩ</i>)	Thạc sĩ: 1	Thạc sĩ: 2	Thạc sĩ: 1 Tiến sĩ: 1
Sản phẩm khác...(<i>ghi rõ</i>)			
<i>Điểm của bài báo được tính là mức điểm tối đa do HĐGS ngành/liên ngành quy định hiện hành</i>			

11. TÁC ĐỘNG VÀ LỢI ÍCH MANG LẠI

- Đối với lĩnh vực giáo dục và đào tạo:

Hướng nghiên cứu của đề tài gắn kết với nội dung của các luận văn thạc sĩ cho 04 học viên cao học và 01 nghiên cứu sinh chuyên ngành Toán giải tích của Trường ĐHSP Hà Nội 2, góp phần nâng cao chất lượng đào tạo sau đại học và nâng cao năng lực nghiên cứu khoa học, số lượng và chất lượng công bố quốc tế cho các cán bộ trẻ của Khoa Toán Trường ĐHSP Hà Nội 2.

- Đối với lĩnh vực khoa học và công nghệ có liên quan:

Triển khai được hướng nghiên cứu mới, có ý nghĩa thực tiễn, ứng dụng vào những lĩnh vực khoa học khác

- Đối với phát triển kinh tế-xã hội:

Hướng nghiên cứu của đề tài có các kết quả toán học cơ bản làm nền tảng cho ứng dụng và tiến tới việc hợp tác với các tổ chức để giải quyết các bài toán thực tế có liên quan

- Đối với tổ chức chủ trì và các cơ sở ứng dụng kết quả nghiên cứu:

Phát triển nhóm nghiên cứu mạnh theo định hướng của Bộ giáo dục và đào tạo; gắn kết hướng nghiên cứu của các thành viên trong nhóm; mở rộng số lượng các thành viên nghiên cứu; nâng cao số lượng và chất lượng của các công bố quốc tế; tăng cường hợp tác quốc tế trong nghiên cứu Toán học; góp phần thực hiện tốt công việc giảng dạy đại học và sau đại học tại Trường ĐHSP Hà Nội 2

12. KINH PHÍ THỰC HIỆN (*kèm theo Phụ lục Dự toán kinh phí chi tiết theo từng năm*)

- Tổng kinh phí: 1.500.000.000 VNĐ (Bằng chữ: Một tỷ năm trăm triệu đồng chẵn)

Trong đó:

Ngân sách Nhà nước: 1.500.000.000 VNĐ

Các nguồn kinh phí khác:

Nhu cầu kinh phí từng năm:

- Năm thứ nhất từ tháng/ năm đến tháng năm:

- Năm thứ hai từ tháng/ năm đến tháng năm:

- Năm thứ ba từ tháng/ năm đến tháng năm:

Khoản chi, nội dung chi	Thời gian thực hiện	Tổng kinh phí (triệu)	Nguồn kinh phí		Ghi chú
			Kinh phí từ NSNN	Các nguồn khác	
Chi tiền công lao động trực tiếp	1/2022-12/2024	1.300.000.000	1.300.000.000		Tổng thời gian lao động + giảng dạy + nhiệm vụ khác không nhiều hơn 1760 giờ/năm
Chi mua vật tư, nguyên, nhiên, vật liệu tiêu hao					theo quy chế chi tiêu nội bộ
Chi hội thảo/seminar khoa học	1/2022-12/2024	35.000.000	35.000.000		2 lần định mức theo Quy định kèm theo Quyết định 2164
Công tác phí	1/2022-12/2024	80.000.000	80.000.000		
Chi trả dịch vụ thuê ngoài phục vụ hoạt động nghiên cứu					
Chi điều tra, khảo sát thu thập số liệu					
Chi văn phòng, phẩm, thông tin liên lạc, in ấn	1/2022-12/2024	5.000.000	5.000.000		

Chi quản lý chung	2023	75.000.000	75.000.000		5% tổng kinh phí
Chi khác		5.000.000	5.000.000		
Tổng cộng		1.500.000.000	1.500.000.000		

Nguồn khác không lấy từ các cá nhân tham gia đề tài; khuyến khích có sự tham gia của tổ chức, doanh nghiệp, đơn vị phối hợp khác.

Hà Nội, ngày tháng năm 20...

Phòng KHCN&HTQT

TRƯỞNG PHÒNG

Thuyết minh đã được bàn bạc, thảo luận và thống nhất với tất cả các thành viên trong nhóm nghiên cứu

Hà Nội, ngày tháng năm 20...

**Thừa ủy quyền của tất cả các thành viên
trong Nhóm**

TRƯỞNG NHÓM

(ký và ghi rõ họ tên)

Hà Nội, ngày tháng năm 20...

Trường Đại học Sư phạm Hà Nội 2

HIỆU TRƯỞNG